

Pengolahan Data Pengukuran Menggunakan Metode Regresi Linear

Bentuk umum persamaan linear: $y = ax + b$, dengan a merupakan gradien, dan b merupakan intersep.

Konstanta a dan b dapat dihitung menggunakan :

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$
$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

dengan $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$ dan $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$, n adalah jumlah data

Standar perkiraan error

$$S_{y/x} = \sqrt{\frac{S_r}{n-2}}, \quad S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - b - ax_i)^2$$

Koefisien korelasi

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}}$$

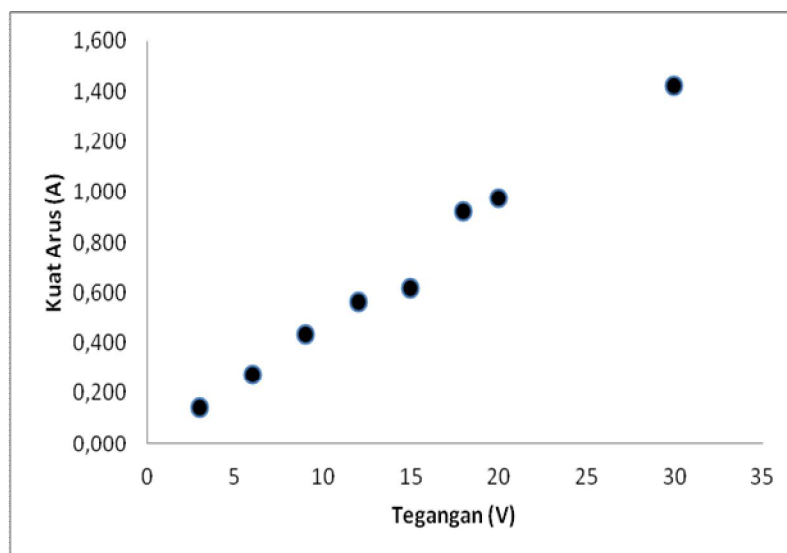
Contoh:

Tabel 1 memperlihatkan hasil pengukuran arus I berdasarkan beberapa nilai tegangan V dari sebuah resistor R .

V (V)	I (A)
3	0,143
6	0,273
9	0,433
12	0,567
15	0,620
18	0,922
20	0,978
30	1,420

Menentukan resistansi R

- Plot variabel bebas pada sumbu x dan variabel terikat pada sumbu y, sehingga pada kasus ini dibuat hubungan antara arus I (sumbu y) terhadap tegangan V (sumbu x), sehingga persamaan linearnya menjadi $I = aV + b$. Menggunakan hubungan antara arus dan tegangan pada Hukum Ohm $I = \frac{1}{R}V$, maka konstanta $a = \frac{1}{R}$.



- Menghitung nilai gradien (a) dan intersep (b) melalui perluasan data menggunakan tabel:

x	y	xy	x^2
V	I	VI	V^2
3	0,143	0,429	9
6	0,273	1,638	36
9	0,433	3,897	81
12	0,567	6,804	144
15	0,620	9,300	225
18	0,922	16,596	324
20	0,978	19,560	400
30	1,420	42,600	900
Σ	113	5,356	100,824

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{8(100,824) - (113)(5,356)}{8(2119) - (113)^2} = \frac{201,356}{4183} = 0,0481$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = \frac{\sum y_i}{n} - a \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5,356}{8} - 0,0481 \left(\frac{113}{8} \right) = 0,0105$$

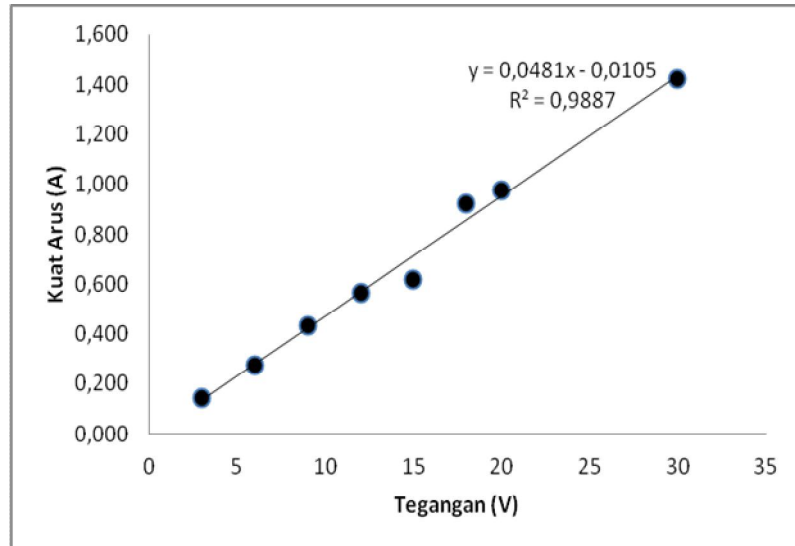
3. Berdasarkan nilai a dan b, maka didapatkan persamaan:

$$y = 0,0481x + 0,0105$$

atau

$$I = 0,0481V + 0,0105$$

Dengan memasukkan variabel tegangan V, maka dapat diplot garis linear pada grafik sebelumnya.



4. Nilai resistansi R dapat dihitung menggunakan hubungan :

$$R = \frac{1}{a} = \frac{1}{0,0481} = 20,79\Omega$$

Menentukan koefisien korelasi r

x	y	xy	x^2	y^2
V	I	VI	V ²	I ²
3	0,143	0,429	9	0,020449
6	0,273	1,638	36	0,074529
9	0,433	3,897	81	0,187489
12	0,567	6,804	144	0,321489
15	0,620	9,300	225	0,384400
18	0,922	16,596	324	0,850084
20	0,978	19,560	400	0,956484
30	1,420	42,600	900	2,016400
Σ	113	5,356	100,824	4,811324

$$r = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \sqrt{n\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2}} = \frac{8(100,824) - (113)(5,356)}{\sqrt{8(2119) - (113)^2} \sqrt{8(4,811324) - (5,356)^2}} = 0,989$$